微分の計算

基本

- $(x^n)' = nx^{n-1}$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(a^x)' = \log a \cdot a^x$
- $(\log x)' = \dfrac{1}{x}$

合成関数

- $(\bigcirc^n)' = n \cdot \bigcirc^{n-1} \cdot \bigcirc'$
- $(\sin \bigcirc)' = \cos \bigcirc \cdot \bigcirc'$
- $(\cos \bigcirc)' = -\sin \bigcirc \cdot \bigcirc'$
- $(\tan \bigcirc)' = \dfrac{1}{\cos^2 \bigcirc} \cdot \bigcirc'$
- $(e^{\bigcirc})' = e^{\bigcirc} \cdot \bigcirc'$
- $(a^{\bigcirc})' = a^{\bigcirc} \cdot \bigcirc'$
- $(\log \bigcirc)' = \dfrac{1}{\bigcirc} \cdot \bigcirc'$

$$\boxed{\{F(\bigcirc)\}' = F'(\bigcirc) \cdot \bigcirc'}$$

- $(\bigcirc \triangle)' = \bigcirc' \triangle + \bigcirc \triangle'$
- $\left(\dfrac{\triangle}{\bigcirc}\right)' = \dfrac{\triangle' \bigcirc - \triangle \bigcirc'}{\bigcirc^2}$

- 全体をバラす

$y=f(x)$ の接線

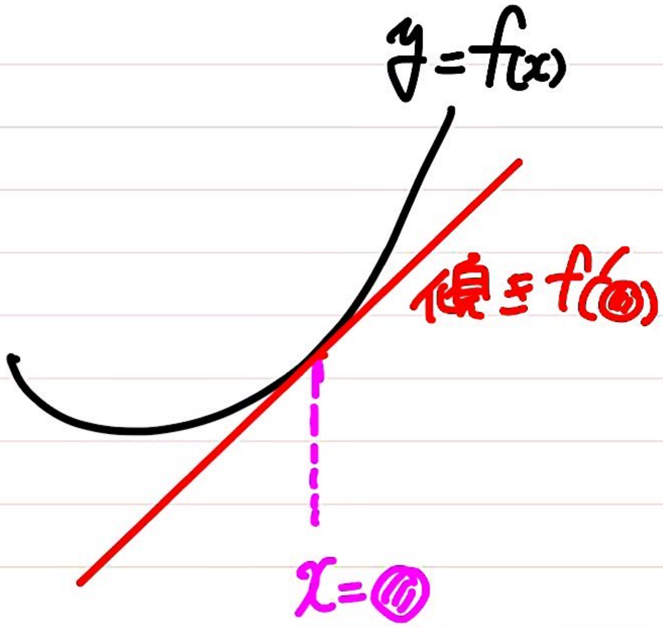
$f(x)$ …… 関数

↓ ビブン

$f'(x)$ …… 導関数

↓ $x=$◎ 代入

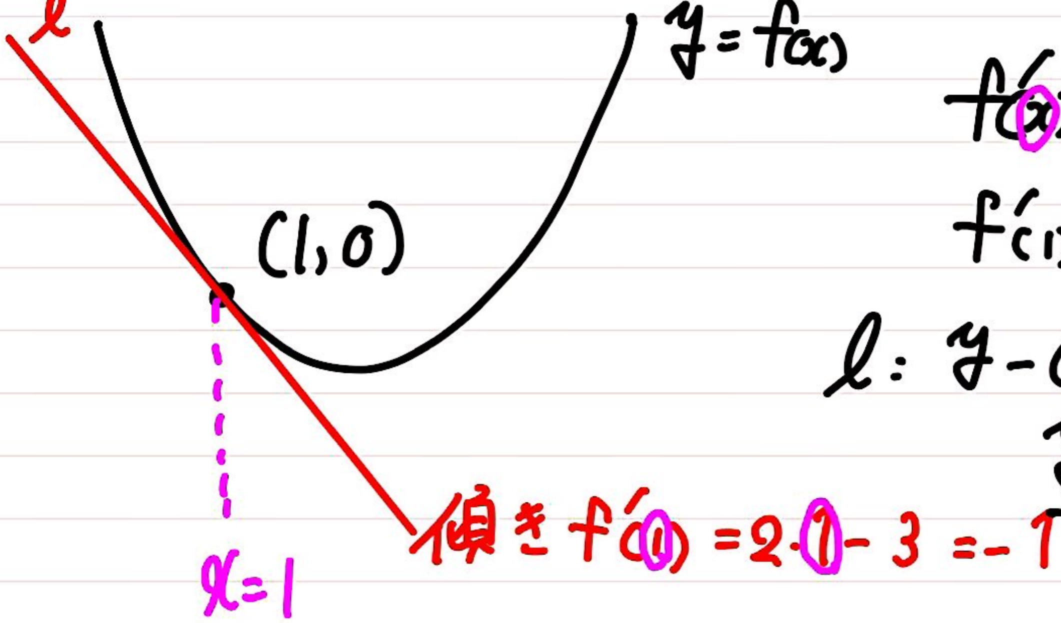
$f'($◎$)$ …… 数値　微分係数 ＝ 接線の傾き



(ex)

接点

$y=f(x)=x^2-3x+2$ の $(1,0)$ における接線



$f'(x)=2x-3$

$f'(1)=-1$

$l:\ y-0=-1(x-1)$

$y=-x+1$

$y=f(x)$ 形のグラフの接線で、「〜における」以外のもの

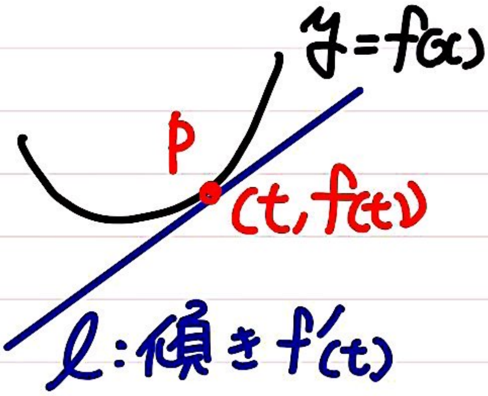
= 接点不明
・1本とは限らない

・グラフはテキトーでもOK
・1本だけひくのがコツ

流れ

① 接点を $P(t, f(t))$ とおく

② t を用いて接線を表し切る



$l: y=f'(t)(x-t)+f(t)$

③ 条件をあてはめて、$\boxed{t\text{の方程式}}$ をつくる ── (*)

④ (*) の解 = 接点の座標

⇒ ・(*) の解の個数 = 接線の本数
・(*) をとく → l に代入 = 接線ゲット

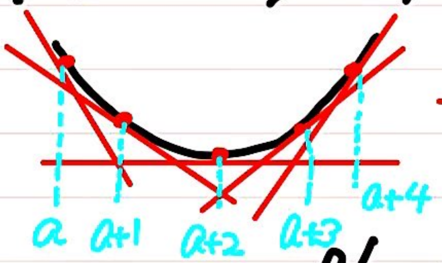
$f'(x)$ の ± --→ $f(x)$ の増減
(= y)

- $f'(x) > 0 \longrightarrow f(x)$ は増加
- $f'(x) < 0 \longrightarrow$ 〃 減少
- $f'(x) = 0 \longrightarrow$ 極値
  (+, − 変化

接線の傾き

$f''(x)$ の ± --→ $f'(x)$ の増減

- $f''(x) > 0 \longrightarrow f'(x)$ は増加 = 下に凸

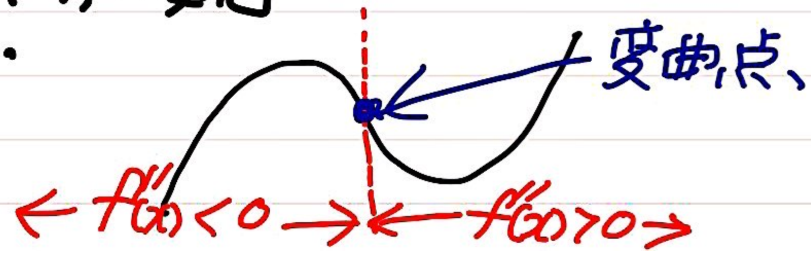


$f'(a) < f'(a+1) < f'(a+2) < f'(a+3) < f'(a+4)$

- $f''(x) < 0 \longrightarrow f'(x)$ は減少 = 上に凸

$f'(a) > f'(a+1) > f'(a+2) > f'(a+3) > f'(a+4)$

- $f''(x) = 0 \longrightarrow$ 変曲点 = 曲がり方変わる
  (+, − 変化



(ex)

$$y = x^3 - 3x^2 \ (= f(x))$$

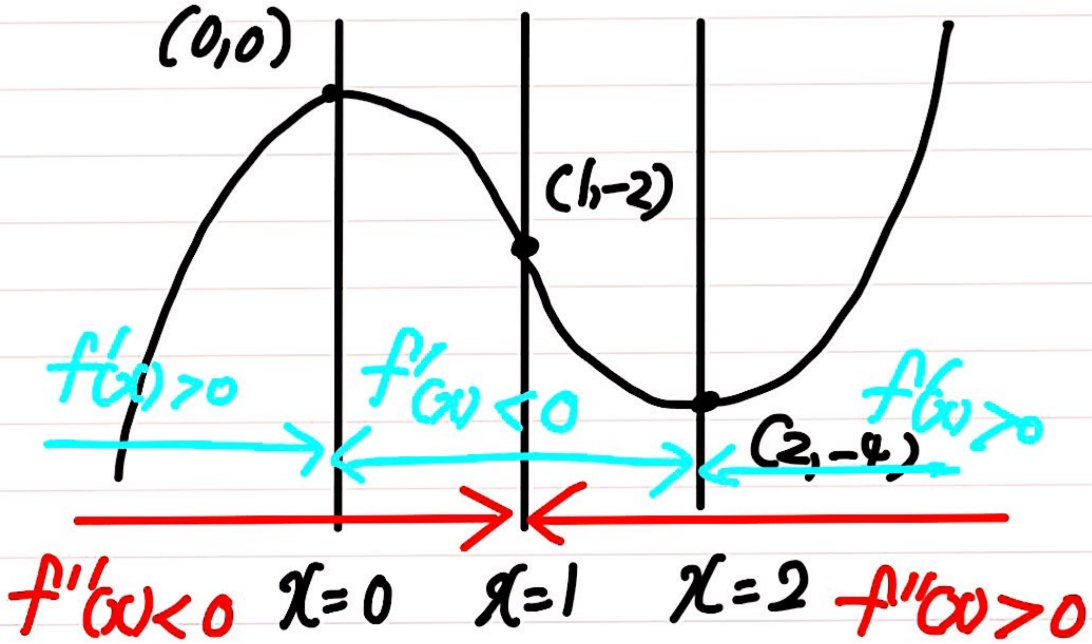
$$y' = f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$\dashrightarrow x = 0, 2 \rightarrow$ 極値？

$$y'' = f''(x) = 6x - 6 = 6(x-1)$$

$\dashrightarrow x = 1 \rightarrow$ 変曲点？

x	…	0	…	1	…	2	…
y'	+	0	−	−	−	0	+
y''	−	−	−	0	+	+	+
y	↗	0	↘	−2	↘	−4	↗



$y=f(x)$形のグラフの描き方

1. 定義域のカクニン
… 自動的に成立するものをチェック

・分数形 ⋯> 分母≠0（※分母=0のxの値はタテ漸近線）

・log◯ ⋯> ◯>0（真数条件）

・$\sqrt{◯}$ ⋯> ◯≧0

必ず「5」で
左右のlim
をとること!!

2. 増減，極値を調べる

$f'(x)=0$をとき，極値候補をゲット.

3. 凹凸，変曲点を調べる ← 凸凹，変曲点の指示なければ基本不要

$f''(x)=0$をとき，変曲点候補をゲット

4. 増減表をかく

$f'(x)>0$ ⋯> 増　　$f'(x)<0$ ⋯> 減

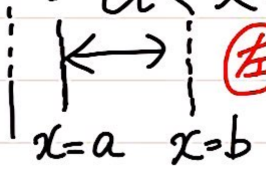
$f''(x)>0$ ⋯> $\cup$（下に凸）　　$f''(x)<0$ ⋯> $\cap$（上に凸）

5. 端の様子を調べる

・定ナシ

左 $\lim_{x\to-\infty} f(x)$，右 $\lim_{x\to\infty} f(x)$

・$a<x<b$



左 $\lim_{x\to a+0} f(x)$　右 $\lim_{x\to b-0} f(x)$