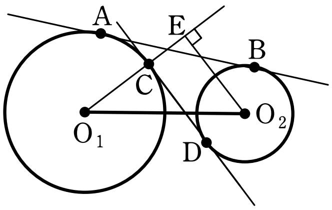
1 (1)半径 5 の円 O_1 と，半径 3 の円 O_2 が互いに外部にあるとき，中心間の距離を d とすると，$d>$ $\boxed{\text{ア}}$ である。ここで，$d=10$ とする。図のような 2 円の接線の接点 A，B，C，D に対して，AB＝$\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。また，直線 O_1C に点 O_2 から垂線 O_2E を下ろすと，$O_1E=$ $\boxed{\text{エ}}$ であるから，CD＝$\boxed{\text{オ}}$ である。



(2)A.　$(3x+2y)^5$ を展開したとき，x^2y^3 の係数は $\boxed{\text{アイウ}}$ である。

B.　$\{(3x+2y)+z\}^8$ を展開したとき，z についての 3 次の項をまとめると，

$$ {}_8C_{\boxed{\text{エ}}}(3x+2y)^{\boxed{\text{エ}}}z^3 $$

で表される。したがって，$(3x+2y+z)^8$ の展開式での $x^2y^3z^3$ の係数は $\boxed{\text{オカキクケ}}$ になる。

(3) 不等式 $\sin 2x>\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+\dfrac{1}{2}$ を満たす x の範囲を求めよう。ただし，$0\leqq x<2\pi$ とする。

$a=\sin x$，$b=\cos x$ とおくと，与えられた不等式は

$$ \boxed{\text{ア}}ab+\boxed{\text{イ}}a-\boxed{\text{ウ}}b-1>0 $$

となる。左辺の因数分解を利用して x の範囲を求めると

$$ \frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}}<x<\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi \quad \text{または} \quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi<x<\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi $$

である。

2 平面上の四角形 OABC において，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=2$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=3$，$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|=1$，$\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=60^\circ$ であるとする。点 P が $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=\dfrac{5}{4}$ …… ① を満たしながら動くとき，三角形 OCP の面積の最小値を求めよう。以下，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$ とおく。

まず，点 P の動く範囲を考えよう。① は，$(\vec{a}-\vec{p})\cdot(\vec{b}-\vec{p})=\dfrac{5}{4}$ であるから，

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{ア}}$ に注意すると $|\vec{p}|^2-(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{p}+\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}=0$ と書き換えられる。

これはさらに $\left|\vec{p}-\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{\boxed{\text{エ}}}\right|=\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ と書き換えられる。点 M を $\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{\boxed{\text{エ}}}$ となるように定めると，点 P は，M を中心とする半径 $\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ の円周上を動く。

次に，点 P と直線 OC の距離について考えよう。直線 OC 上の点 H を $\overrightarrow{\mathrm{OC}}\perp\overrightarrow{\mathrm{MH}}$ となるようにとる。実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=t\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表すと，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{MH}}=\boxed{\text{カ}}$ であることから，

$t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となる。このとき，$|\overrightarrow{\mathrm{MH}}|=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であるから，点 P が ① を満たしながら動くとき，点 P と直線 OC の距離の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

したがって，三角形 OCP の面積の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

$\boxed{3}$ 座標平面上で曲線 $y=x^3$ を C とし，放物線 $y=x^2+px+q$ を D とする。

(1) 曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(a,\ a^3)$ における C の接線の方程式は $y=3a^{\boxed{ア}}x-\boxed{\text{イ}}\,a^{\boxed{ウ}}$ である。放物線 D は点 P を通り，D の P における接線と，C の P における接線が一致するとする。このとき，p と q を a を用いて表すと

$$\begin{cases} p=3a^{\boxed{エ}}-\boxed{\text{オ}}\,a \\ q=\boxed{\text{カキ}}\,a^3+a^{\boxed{ク}} \end{cases} \quad \cdots\cdots ①$$

となる。以下，p，q は ① を満たすとする。

(2) 放物線 D が y 軸上の与えられた点 $\mathrm{Q}(0,\ b)$ を通るとき，

$$b=\boxed{\text{ケコ}}\,a^3+a^{\boxed{サ}} \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つ。

与えられた b に対して，② を満たす a の値の個数を調べよう。

そのために，関数 $f(x)=\boxed{\text{ケコ}}\,x^3+x^{\boxed{サ}}$ の増減を調べる。関数 $f(x)$ は，$x=\boxed{\text{シ}}$ で極小値 $\boxed{\text{ス}}$ をとり，$x=\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ で極大値 $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ をとる。関数 $y=f(x)$ のグラフをかくことにより，$\boxed{\text{ス}}<b<\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ のとき，② を満たす a の値の個数は $\boxed{\text{テ}}$ であることがわかる。

(3) 放物線 D の頂点が x 軸上にあるのは，$a=\boxed{\text{ト}}$，$\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ の二つの場合である。

$a=\boxed{\text{ト}}$ のときの放物線を D_1，$a=\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ のときの放物線を D_2 とする。

D_1，D_2 と x 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{2^{\boxed{ヌ}}}{3^{\boxed{ネノ}}}$ である。

4 m，n を有理数とする。x の整式 A，B を $A=x^3+mx^2+nx+2m+n+1$，$B=x^2-2x-1$ とする。

A を B で割ると，商 Q と余り R はそれぞれ

$$Q=x+\left(m+\boxed{\text{ア}}\right)$$

$$R=\left(2m+n+\boxed{\text{イ}}\right)x+\left(3m+n+\boxed{\text{ウ}}\right)$$ である。

また，$x=1+\sqrt{2}$ のとき，B の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり，さらにこのとき，A の値が -1 であるならば，m，n は有理数だから，$m=\boxed{\text{オ}}$，$n=\boxed{\text{カキ}}$ である。

5 $0 \leqq \theta < 2\pi$ とし，$f(\theta)=\cos^2\theta+\cos\theta-1$ とする。

関数 $f(\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{ア}}$，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

次に，a を定数として，方程式 $f(\theta)=a$ を考える。$a=0$ のとき，この方程式は $\boxed{\text{オ}}$ 個の解をもつ。また，方程式が 4 つの解をもつような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}<a<\boxed{\text{ケコ}}$ である。

6 m，n を自然数とし，$m \geqq n$ とする。n 個の自然数の列で和が m となるようなものの場合の数を $f(m,\ n)$ とする。例えば，$m=4$，$n=2$ のときを考えてみると，和が 4 となる 2 つの自然数は 1，3 と 2，2 のみだから，和が 4 となる自然数の列は 1，3 と 3，1 と 2，2 の 3 通りである。したがって，$f(4,\ 2)=3$ である。

(1) $f(7,\ 3)=\boxed{}$

(2) $f(19,\ 4)=\boxed{}$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{11} f(12,\ k)=\boxed{}$